

MULTISCALE NUMERICAL METHODS FOR THE SIMULATION OF QUASI-PERIODIC RANDOM MATERIALS

PhD defense — École Centrale de Nantes, amphitheatre S

Quentin AYOUL-GUILMARD*

22nd December 2017, 10h

Abstract

Interest for heterogeneous materials with architected microstructure (e.g. composite materials) is ever growing in many industries. Mathematical models rely on a detailed representation of said microstructure to predict accurately their complex behaviour. This entails expensive simulations for comparatively large objects, especially with aperiodic materials. Stochastic problems, such as induced by random periodicity loss, are particularly plagued by that issue due to the numerous resolutions they often require. This work aims at reducing numerical simulations' cost for that class of materials through specifically designed techniques; we focus on stationary diffusion problems.

First, a multiscale method is developed to reduce complexity with respect to problem size. It is based on a two-scale representation allowing a tensor-structured formulation of the problem which exploits the recurrence of microscopic patterns through low-rank approximation techniques. This method is then applied to stochastic homogenisation of quasi-periodic materials with local perturbations or small transformations. First, a cost-efficient estimation of homogenised quantities is achieved via approximation of the corrector functions. Secondly, the cost of Monte-Carlo estimation is curbed by reducing the number of samples with a control variate. This latter technique is found relevant even for loosely structured materials. Finally, combination with a domain decomposition method grants more flexibility in the choice of approximation spaces. It also enables non-intrusive use of closed-source solvers to handle locally non-linearities, uncertainties or internal boundaries.

KEYWORDS: quasi-periodicity; discontinuous Galerkin method; tensor approximation; multiscale modelling; stationary heterogeneous diffusion; finite element method; stochastic homogenisation; variance reduction; domain decomposition method; random defects; composite materials.

*quentin.ayoul-guilmard@ec-nantes.fr

Résumé

Les matériaux hétérogènes à microstructure architecturée (e.g. matériaux composites) suscitent un intérêt toujours croissant de la part de nombreuses industries. Les modèles mathématiques nécessitent une représentation fine de ladite microstructure pour pouvoir prédire avec précision leur comportement complexe. Ceci implique des simulations coûteuses pour des objets comparativement grands, notamment pour des matériaux aperiodiques. Les problèmes stochastiques, tels que ceux provoqués par des pertes de périodicité aléatoires, sont particulièrement affectés par cet écueil du fait des multiples résolutions qu'ils requièrent généralement. Ce travail vise à réduire le coût de simulations numériques pour cette classe de matériaux via des techniques spécifiquement conçues ; on s'intéresse aux problèmes de diffusion stationnaire.

Tout d'abord, une méthode multi-échelles est développée pour réduire la complexité associée à la taille du problème. Elle repose sur une représentation à deux échelles permettant une formulation tenseur-structurée du problème qui exploite la récurrence de motifs microscopiques par des techniques d'approximation de faible rang. Ensuite, elle est appliquée à l'homogénéisation stochastique de matériaux quasi-périodiques soit localement perturbés soit légèrement transformés. D'une part, les quantités homogénéisées sont estimées à moindre coût via une approximation des correcteurs. D'autre part, le coût associé à une estimation par la méthode de Monte-Carlo est restreint en réduisant le nombre d'échantillons par une variable de contrôle. L'intérêt de cette dernière technique est montré même pour des matériaux peu structurés. Finalement, l'association avec une méthode de décomposition de domaine confère plus de flexibilité dans le choix d'espaces d'approximation. Elle permet également l'appel non-intrusif à des codes de calcul propriétaires pour traiter localement des frontières intérieures, incertitudes ou non-linéarités.

MOTS-CLEFS : quasi-périodicité ; méthode de Galerkin discontinue ; approximation de tenseurs ; modélisation multi-échelles ; diffusion hétérogène ; méthode des éléments finis ; homogénéisation stochastique ; méthode de décomposition de domaine ; défauts aléatoires ; matériaux composites.